EL CEREBRO MATEMÁTICO

Stanislas Dehaene

Cómo nacen, viven y a veces mueren los números en nuestra mente

siglo veintiuno editores

ciencia que ladra...
serie mayor

Introducción

El instinto del número

> Cualquier poeta, hasta el más refractario
> a la matemática, está obligado
> a seguir contando y llegar a doce
> si alejandrinos franceses compone.
> **Raymond Queneau**

Al encarar la escritura de este libro, me propuse un ridículo problema aritmético: si este libro debe tener unas doscientas cincuenta páginas de extensión y abarcar nueve capítulos, ¿cuántas páginas habrá por capítulo? Luego de pensar mucho, llegué a la conclusión de que cada uno tendría poco menos de treinta páginas. Sí, eso me llevó aproximadamente cinco segundos, nada mal para un humano, pero una eternidad si se la compara con la velocidad de cualquier calculadora electrónica. De hecho, mi calculadora no sólo respondió de forma instantánea, ¡sino que el resultado que me dio era preciso hasta diez decimales: 27,7777777778!

¿Por qué nuestra capacidad para hacer cálculos mentales es tan inferior a la de una computadora? ¿Y cómo es que alcanzamos excelentes estimaciones como "un poco menos de 30" sin recurrir a un cálculo exacto, algo que está más allá de la capacidad de las mejores calculadoras electrónicas? La resolución de estas acuciantes preguntas, tema central de este libro, nos llevará a encarar acertijos aún más desafiantes:

- ¿Por qué, después de tantos años de entrenamiento, la mayoría de nosotros todavía no sabe con seguridad si 7 por 8 es 54 o 64…? ¿O es 56?
- ¿Por qué nuestro conocimiento matemático es tan frágil que una

pequeña lesión cerebral es suficiente para eliminar nuestra capacidad de cálculo?

- ¿Cómo es que un bebé de cinco meses puede saber que 1 más 1 es igual a 2?
- ¿Cómo es posible para los animales sin lenguaje –por ejemplo, los chimpancés, las ratas y las palomas– tener algún conocimiento de aritmética elemental? ¿En qué escuela de la vida silvestre lo aprendieron?

Mi hipótesis es que las respuestas a todas esas preguntas deben buscarse en una única fuente: la estructura de nuestro cerebro. Cada uno de los pensamientos que consideramos, cada cálculo que realizamos, es resultado de la activación de circuitos neuronales especializados que están implantados en nuestra corteza cerebral. Nuestras construcciones matemáticas abstractas se originan en la actividad coherente de nuestros circuitos cerebrales, y de los millones de otros cerebros que nos precedieron, que ayudaron a darle forma y a seleccionar nuestras herramientas matemáticas actuales. ¿Podemos comenzar a comprender las restricciones que nuestra arquitectura neuronal impone a nuestras actividades matemáticas?

Desde Darwin, la evolución ha sido la referencia para los biólogos. En el caso de la matemática, tanto la evolución biológica como la cultural son importantes. La matemática no es un ideal estático y otorgado por Dios, sino un campo de investigación humana en constante cambio. Incluso nuestra notación digital de los números, por obvia que pueda resultar hoy en día, es fruto de un proceso lento de invención a lo largo de miles de años. Lo mismo ocurre con el algoritmo de multiplicación actual, el concepto de raíz cuadrada, los conjuntos de números reales, imaginarios o complejos, y así sucesivamente. En todos aún pueden verse las marcas de su difícil y reciente nacimiento.

La lenta evolución cultural de los objetos matemáticos es un producto de un órgano biológico muy especial, el cerebro, que en sí mismo representa el resultado de una evolución biológica aún más lenta, regida por los principios de la selección natural. Las mismas presiones selectivas que configuraron los delicados mecanismos del ojo, el perfil del ala del colibrí o las minúsculas articulaciones de la hormiga también se ejercieron sobre el cerebro humano. Año a año, especie tras especie, órganos mentales cada vez más especializados germinaron y se desplegaron dentro del cerebro para procesar mejor el enorme flujo de información sensorial que recibía, y para adaptar las reacciones del organismo a un ambiente competitivo o incluso hostil.

Uno de los órganos mentales especializados con los que cuenta el cerebro es un procesador primitivo del número que, sin ser completamente equivalente a la aritmética que se enseña en nuestras escuelas, la prefigura. Aunque pueda parecer improbable, numerosas especies animales que consideramos estúpidas o salvajes, como las ratas y las palomas, en realidad son muy talentosas para el cálculo. Tienen la capacidad de representar mentalmente cantidades y transformarlas de acuerdo con algunas de las reglas de la aritmética. Los científicos que han estudiado estas habilidades creen que los animales poseen un módulo mental, tradicionalmente llamado "acumulador", que puede llevar un registro de varias cantidades. Más adelante veremos cómo las ratas aprovechan este acumulador mental para distinguir series de dos, tres o cuatro sonidos, o para calcular sumas aproximadas de dos cantidades. El mecanismo del acumulador abre una nueva dimensión de percepción sensorial a través de la cual el número cardinal de un conjunto de objetos puede registrarse con tanta facilidad como su color, su forma o su posición. Este "sentido numérico" otorga tanto a los animales como a los humanos una intuición directa de lo que significan los números.

En un libro suyo que rendía homenaje a "el número, la lengua de la ciencia", Tobias Dantzig destacaba la importancia de esta forma elemental de intuición numérica:

> El hombre, incluso en las etapas más tempranas del desarrollo, tiene una facultad que, a falta de un mejor nombre, llamaré "sentido numérico". Esta facultad le permite reconocer que en un pequeño conjunto algo ha cambiado cuando, sin que lo sepa directamente, se quitó o se agregó un objeto a ese conjunto (Dantzig, 1967 [1930]).

Dantzig escribió estas palabras cuando la psicología estaba dominada por la teoría de Jean Piaget, quien negaba que los niños pequeños tuvieran habilidades numéricas. Llevó más de veinte años refutar del todo el constructivismo piagetiano y confirmar la percepción de Dantzig. Todas las personas poseen, incluso en su primer año de vida, una intuición bien desarrollada acerca de los números. Más adelante consideraremos en mayor detalle los ingeniosos experimentos que demuestran que los bebés humanos, lejos de ser incapaces, conocen ya desde el nacimiento algunos fragmentos de aritmética que pueden compararse con el conocimiento animal del número. ¡La resolución de sumas y restas elementales está al alcance de los bebés de seis meses!

Pero no me gustaría crear una confusión. Por supuesto, sólo el cerebro del *Homo sapiens* adulto tiene la capacidad de reconocer que 37 es un número primo, o calcular estimaciones del número π. En efecto, este tipo de proezas son todavía privilegio de sólo algunos humanos de unas pocas culturas. El cerebro bebé y, desde luego, el cerebro animal, lejos de semejantes habilidades matemáticas, realizan sus pequeños milagros aritméticos sólo en contextos limitados. En particular, su acumulador no puede operar con cantidades discretas, sino con estimaciones continuas. Las palomas nunca serán capaces de distinguir 49 de 50, porque no pueden representar estas cantidades más que de una forma aproximada y variable. Para un animal, 5 más 5 no es 10, sino *aproximadamente 10*: tal vez 9, 10 u 11. Tan pobre perspicacia numérica, tanta imprecisión en la visión interna de los números, evita la aparición del conocimiento aritmético exacto en los animales. Por la estructura misma de sus cerebros, están condenados a una aritmética aproximada.

A los humanos, sin embargo, la evolución les ha dado una competencia suplementaria: la habilidad para crear sistemas de símbolos complejos, incluida la lengua hablada y escrita. Las palabras o los símbolos, en tanto pueden deslindar conceptos con significados arbitrariamente próximos, nos permiten superar los límites de la aproximación. La lengua nos permite etiquetar hasta el infinito diferentes números. Estas etiquetas, cuyo ejemplo más evolucionado son los números arábigos, pueden simbolizar y volver discreta cualquier cantidad continua. Gracias a ellas, los números quizá cercanos en cantidad, pero con propiedades aritméticas muy diferentes, pueden distinguirse unos de otros. Sólo a partir de esto puede concebirse la invención de reglas puramente formales para comparar, sumar o dividir dos números. En efecto, los números adquieren vida propia, sin ninguna referencia directa a conjuntos concretos de objetos. El andamiaje de la matemática puede entonces elevarse, cada vez más alto, cada vez más abstracto.

Esto, sin embargo, plantea una paradoja. Nuestros cerebros han permanecido en esencia inalterados desde que apareció el *Homo sapiens*, hace cien mil años. Nuestros genes, en efecto, están condenados a una evolución lenta e ínfima, que depende del azar de las mutaciones. Hacen falta miles de intentos fallidos antes de que aparezca una mutación favorable, digna de ser transmitida a generaciones futuras. En contraste, las culturas evolucionan a través de un proceso mucho más rápido. Las ideas, los inventos, los progresos de todo tipo pueden difundirse a una población completa mediante la lengua y la educación tan pronto como han germinado en alguna mente fecunda. De este modo la matemática, tal como la conocemos hoy, ha surgido en apenas unos pocos miles de años. El concepto de número –vislumbrado por los babilonios, refinado por los griegos, depurado por los indios y los árabes, axiomatizado por Dedekind y Peano, generalizado por Galois– nunca ha dejado de evolucionar de cultura a cultura, ¡obviamente, sin necesidad de que el material genético del matemático se modificara! A simple vista, no hay diferencia entre el cerebro de Einstein y el del hombre que, en el período magdaleniense del paleolítico superior, pintó la cueva de Lascaux. En la escuela primaria, nuestros niños aprenden matemática moderna con un cerebro que inicialmente estaba diseñado para la supervivencia en la sabana africana.

¿Cómo podemos conciliar esta inercia biológica con la altísima velocidad a la que va la evolución cultural? Gracias a extraordinarias herramientas modernas, como la tomografía por emisión de positrones o la resonancia magnética funcional (PET y fMRI, respectivamente), los circuitos cerebrales que subyacen al lenguaje, a la resolución de problemas y al cálculo mental hoy pueden ser registrados por neuroimágenes en el cerebro humano vivo. Veremos que cuando se confronta nuestro cerebro con una tarea para la que no lo preparó la evolución, como multiplicar por dos dígitos, utiliza una vasta red de áreas cerebrales cuyas funciones iniciales son bastante diferentes, pero que, en conjunto, pueden alcanzar la meta deseada. Más allá del acumulador aproximado que compartimos con las ratas y las palomas, nuestro cerebro probablemente no contenga ninguna “unidad aritmética” predestinada para los números y la matemática. Sin embargo, compensa esta limitación utilizando circuitos alternativos que pueden ser lentos e indirectos, pero resultan más o menos funcionales para la tarea que deben realizar.

Por ende, objetos culturales como las palabras escritas o los números pueden considerarse parásitos que invaden sistemas cerebrales que, en un principio, estaban destinados a un uso bastante diferente. Ocasionalmente, como en el caso de la lectura de palabras, ese parásito puede ser tan invasivo como para que la función previa de determinada área cerebral resulte reemplazada completamente por la suya. Así, algunas áreas cerebrales que en otros primates parecen destinadas al reconocimiento de objetos visuales adquieren en el humano alfabetizado un rol especializado e irreemplazable en la identificación de cadenas de letras y dígitos.

Uno no puede más que maravillarse con la flexibilidad de un cerebro que, según el contexto y la época, puede planificar una caza de mamuts o concebir una demostración del último teorema de Fermat. Sin embargo, esta flexibilidad no debería sobrestimarse. De hecho, mi opinión es que precisamente las capacidades y los límites de nuestros circuitos cerebrales son los que determinan los puntos fuertes y débiles de nuestras habilidades matemáticas. Desde tiempos inmemoriales, nuestro cerebro, como el de la rata, ha sido dotado de una representación intuitiva de las cantidades. Por eso somos hábiles para realizar aproximaciones, y nos parece tan obvio que 10 es más grande que 5. Como contrapartida, nuestra memoria, a diferencia de la que posee la computadora, no es digital, sino que funciona asociando ideas. Tal vez por este motivo nos resulte tan difícil recordar la pequeña cantidad de ecuaciones que conforman las tablas de multiplicar.

Al igual que el cerebro del incipiente matemático se presta con mayor o menor facilidad a los requisitos de la matemática, los objetos matemáticos también evolucionan para combinarse cada vez mejor con nuestras limitaciones cerebrales. La historia de la matemática provee gran cantidad de evidencia de que nuestros conceptos de número, lejos de estar congelados, se encuentran en evolución constante. Los matemáticos han trabajado tenazmente durante siglos para mejorar la utilidad de las notaciones numéricas, aumentando su grado de generalidad, sus campos de aplicación, y su simplicidad formal. Al hacerlo, han inventado, sin darse cuenta, formas de hacerlas encajar con las limitaciones de nuestra organización cerebral. A pesar de que en la actualidad unos pocos años de educación son suficientes para aprender la notación digital, no deberíamos olvidar que tomó siglos perfeccionar este sistema antes de que se volviera un juego de niños. Algunos objetos matemáticos hoy parecen muy intuitivos simplemente porque su estructura se adapta bien a nuestra arquitectura cerebral. Por otro lado, para muchos niños las fracciones son muy difíciles de aprender porque su maquinaria cortical resiste a un concepto que va tan en contra del sentido común.

Si la arquitectura básica de nuestro cerebro impone límites tan fuertes a nuestra comprensión de la aritmética, ¿por qué algunos niños se destacan en matemática? ¿Cómo es que matemáticos notables como Gauss, Einstein o Ramanujan alcanzaron una familiaridad tan extraordinaria con los objetos matemáticos? ¿Y cómo es que algunas personas con síndrome del savant y 50 de coeficiente intelectual logran convertirse en expertos del cálculo mental? ¿Deberíamos dar por sentado que algunas personas comenzaron la vida con una arquitectura cerebral particular, o una predisposición biológica para convertirse en genios? Un análisis detallado de esta hipótesis nos demostrará que esto es improbable. Hasta ahora, en todo caso, existe muy poca evidencia de que los grandes matemáticos y los prodigios del cálculo hayan sido dotados con una estructura neurobiológica excepcional. Como el resto de nosotros, los expertos en aritmética tienen que esforzarse para realizar cálculos largos y para comprender conceptos matemáticos abstrusos. Si tienen éxito, es sólo porque dedican un tiempo considerable a este tema y consiguen inventar algoritmos bien ajustados y atajos astutos, que cualquiera de nosotros podría aprender si lo intentara, los cuales que están cuidadosamente diseñados para aprovechar los recursos de nuestro cerebro y superar sus límites. Lo especial en esos individuos es su pasión desproporcionada e implacable por los números y la matemática, ocasionalmente impulsada por su incapacidad para mantener relaciones normales con otros humanos, una patología cerebral llamada “autismo”. Estoy convencido de que los niños de iguales habilidades iniciales pueden llegar a tener un desempeño excelente o nulo en matemática dependiendo de su amor u odio por la materia. La pasión da lugar al talento, y los padres y maestros tienen, por lo tanto, una responsabilidad considerable para desarrollar las actitudes positivas o negativas de sus niños respecto de las matemáticas.

En *Los viajes de Gulliver* (III, cap. V), Jonathan Swift describe los extraños métodos de enseñanza utilizados en la escuela de matemática de Lagado, en la Isla de Balnibarbi:

> Estuve en la escuela de matemática, donde el maestro enseñaba a sus discípulos de acuerdo con un método casi inconcebible para los europeos. Las proposiciones y demostraciones se escribían en una delgada oblea con tinta compuesta de una tintura cefálica. El estudiante se la tragaba en ayunas, y durante tres días sólo tomaba pan y agua. Cuando había digerido la oblea, la tintura subía a su cerebro y con ella la proposición. Pero hasta entonces no habían logrado éxito, en parte por algún error en el *quantum* o composición, y en parte por la perversidad de los muchachos, para quienes este bolo es tan nauseabundo que generalmente lo dejan de lado a hurtadillas y lo vomitan antes de que pueda operar: tampoco se ha

logrado convencerlos de que guarden una abstinencia tan larga como lo requiere la prescripción.

Aunque la descripción de Swift roza lo absurdo, su metáfora básica del aprendizaje de la matemática como un proceso de asimilación tiene una veracidad innegable. En última instancia, todo el conocimiento matemático se incorpora en los tejidos biológicos del cerebro. Cada una de las clases de matemática que cursan nuestros niños se traduce en modificaciones de millones de sus sinapsis, que implican la expresión de nuevos genes y la formación de miles de millones de moléculas de neurotransmisores y receptores, con la modulación de señales químicas que reflejan el nivel de atención del niño y su compromiso emocional con el tema. Sin embargo, las redes neuronales de nuestros cerebros no son totalmente flexibles. La estructura misma de nuestro cerebro hace que algunos conceptos aritméticos sean más fáciles de “digerir” que otros.

Espero que las perspectivas que sostengo aquí lleven, en última instancia, a mejoras en la enseñanza de la matemática. Un buen plan de estudios debería tener en cuenta las fortalezas y las limitaciones de la estructura cerebral del alumno. Para optimizar las experiencias de aprendizaje de nuestros niños, deberíamos considerar qué impacto tienen la educación y la maduración cerebral sobre la organización de las representaciones mentales. Obviamente, todavía estamos lejos de comprender hasta qué punto el aprendizaje puede modificar nuestra maquinaria cerebral. Sin embargo, lo poco que ya sabemos podría resultar útil. Los fascinantes resultados que los científicos cognitivos han acumulado a lo largo de los últimos veinte años acerca de cómo nuestro cerebro hace cuentas no se han hecho públicos hasta ahora y no se les ha permitido filtrarse en el mundo de la educación. Sería muy feliz si esta obra sirviera como un catalizador para mejorar la comunicación entre las ciencias cognitivas y las ciencias de la educación.

Este libro propone a sus lectores una travesía por la aritmética vista desde los meticulosos ojos de un biólogo, pero sin dejar de lado sus componentes culturales. En los capítulos 1 y 2, al seguir la senda de las habilidades de los animales y los bebés humanos para la aritmética, intentaré convencerlos de que nuestras capacidades matemáticas no carecen de precursores biológicos. En efecto, en el capítulo 3 encontraremos muchas marcas del modo animal de procesamiento de números, activo aun en el comportamiento del humano adulto. En los capítulos 4 y 5, al observar el modo en que los niños aprenden a contar y a calcular, intentaremos comprender cómo puede superarse este sistema inicial aproximado, y qué dificultades supone la adquisición de la matemática avanzada para nuestro cerebro de primates. Esta será una buena oportunidad para investigar los métodos actuales de enseñanza de la matemática y para examinar hasta qué punto se han adaptado naturalmente a nuestra arquitectura mental. En el capítulo 6 también intentaremos esclarecer los rasgos que distinguen a un joven Einstein o a un prodigio del cálculo del resto de nosotros. En los capítulos 7 y 8, por último, nuestro safari seguirá las huellas del número y finalizará en los surcos de la corteza cerebral, donde están localizados los circuitos neuronales que sustentan el cálculo y de donde, ¡ay!, puede desalojarlos una lesión o un accidente vascular, que privan de sentido numérico a sus desdichadas víctimas.